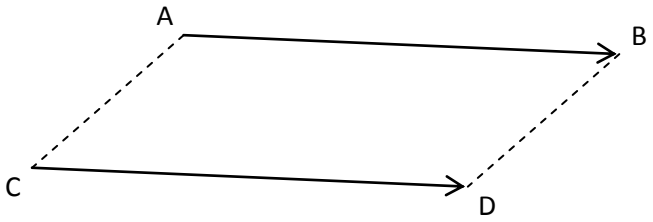
## I. TRANSLATION - ÉGALITE VECTORIELLE.

### a.

B est l'image de A par la translation qui transforme C en D revient à dire que ABDC est un parallélogramme.




### b. Écriture vectorielle d'une translation :

Concrètement, cela signifie que « le trajet qui va de A à B est exactement le même que celui qui va de C à D ». Ces deux trajets ont :

- La même **direction** (Car les droites (AB) et (CD) sont parallèles).
- Le même **sens** (de A vers B, de C vers D).
- La même **longueur** (car AB = CD).

On dit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont **égaux** et on note $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

**Remarque :**

Dans le parallélogramme ABCD, on peut aussi écrire les égalités suivantes :

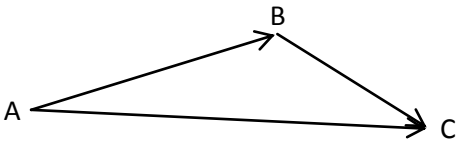
$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC}$ $\quad$ $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ $\quad$ $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DB}$

## II. SOMME DE DEUX VECTEURS.

### a. Composée de deux translations :

A a pour image B par une translation, de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

B a pour image C par une translation, de vecteur $\overrightarrow{BC}$.




La composée de ces deux translations est la translation qui transforme directement A en C, de vecteur $\overrightarrow{AC}$.

On note : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Cette égalité s'appelle la **Relation de Chasles**. Elle permet de transformer une somme de deux vecteurs en un seul vecteur, et réciproquement.

### b. Vecteur nul :

Le **vecteur nul**, noté $\vec{0}$ est le vecteur $\overrightarrow{AA}$, $\overrightarrow{BB}$, …

D'après la relation de Chasles, pour tout vecteur $\overrightarrow{AB}$, on a : $\overrightarrow{AB} + \vec{0} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$.

### c. Opposé d'un vecteur :

On dit que le vecteur $\overrightarrow{BA}$ est **l'opposé** du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

En effet, d'après la relation de Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$

### d. Notation particulière (exemple) :

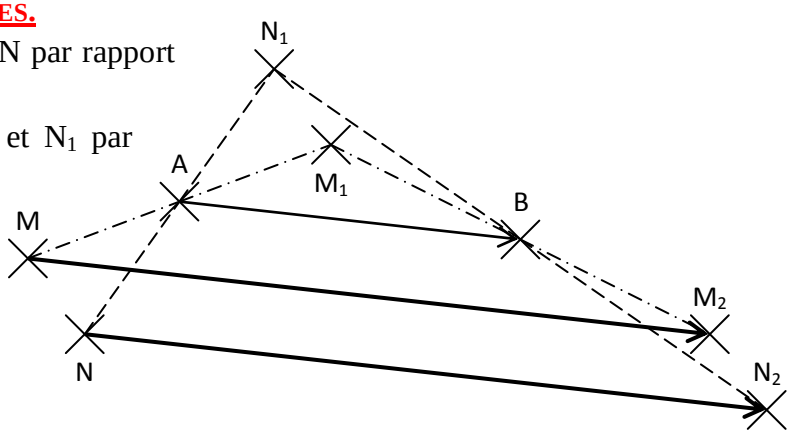
Par commodité, on note parfois $2\overrightarrow{AB}$ à la place de la somme $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB}$.

## III. COMPOSITION DE DEUX SYMETRIES CENTRALES.

$M_1$ et $N_1$ sont les symétriques respectifs de M et N par rapport à A.

$M_2$ et $N_2$ sont les symétriques respectifs de $M_1$ et $N_1$ par rapport à B.

Alors, les points $M_2$ et $N_2$ sont les symétriques respectifs de M et N par la composée des deux symétries centrales précédentes.




**Remarque :**

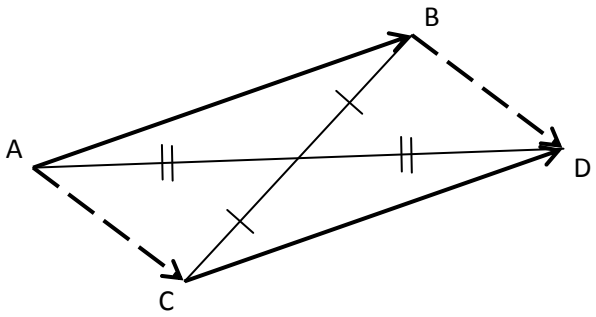
On dirait bien que $\overrightarrow{MM_2} = \overrightarrow{NN_2} = 2\overrightarrow{AB}$

En effet, cette composition de deux symétries de centres A puis B revient en fait à une translation de vecteur $2\overrightarrow{AB}$.

## IV. Caractérisation d'une égalité vectorielle.

### a. Parallélogramme :

Dans la mesure où l'égalité $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ revient à dire que ABDC est un parallélogramme, on peut écrire les propositions suivantes :

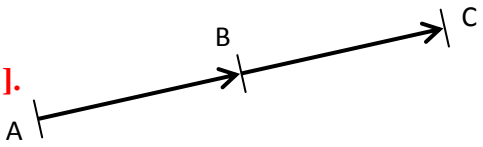



**SI $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$,**
**ALORS les segments [AD] et [BC] ont le même milieu.**

**SI les segments [AD] et [BC] ont le même milieu,**
**ALORS on a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.**

### b. Milieu d'un segment :

**SI $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$, ALORS B est le milieu du segment [AC].**




**SI B est le milieu du segment [AC], ALORS $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.**